

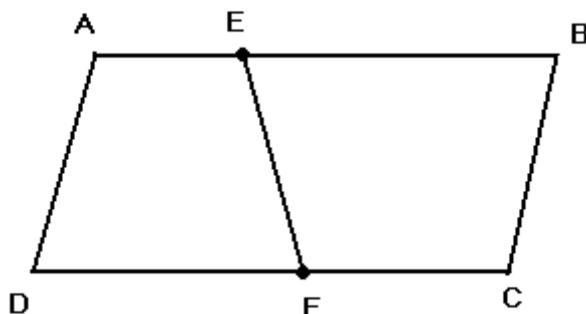


INSTRUCCIONES:

- Asegúrate de que tienes el examen del nivel correcto y lee todos los enunciados con calma.
- Para cada problema escribe todo tu procedimiento de forma clara y ordenada, así como tu respuesta final.
- Puedes utilizar lápiz o pluma, borrador y si tu prefieres, juego de geometría. No está permitido el uso de calculadoras, apuntes, celulares o tablas.
- Tienes 4 horas y media para resolver el examen.

PROBLEMAS:

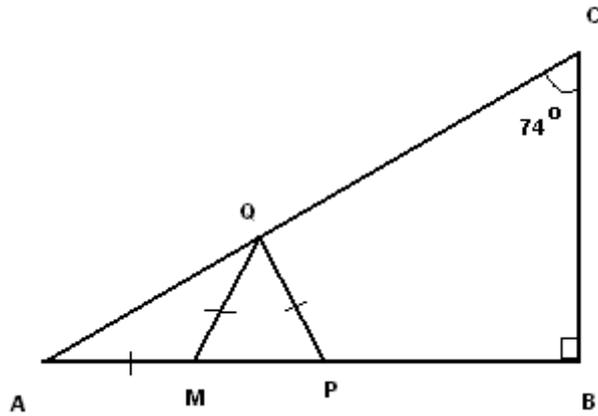
**Problema 1.** Sea  $ABCD$  un paralelogramo tal que  $AB$  es paralelo a  $DC$  y  $DA$  es paralelo a  $CB$ . La longitud del lado  $AB$  es de 20 cm.  $E$  es el punto entre  $A$  y  $B$  tal que el lado  $AE$  mide 3 cm y  $F$  es un punto entre  $C$  y  $D$ . Encuentra la longitud del segmento  $DF$  tal que el segmento  $EF$  divida al paralelogramo en regiones con áreas iguales.



**Problema 2.** Considera cuatro sobres con colores rojo, azul, amarillo y gris. También hay tres cartas de colores de color rojo, azul y amarillo. Se desea poner cada carta en algún sobre (distinto) de tal manera que no sean del mismo color. ¿De cuántas formas es posible hacer esto?

**Problema 3.** Los números de cierta ciudad constan de 10 dígitos, comenzando siempre por el número 5. Es decir que son de la forma  $5-abcd-efghi$ , donde cada letra es un dígito entre 0 y 9. Decimos que un número es *fácil de memorizar* si la sucesión  $abcd$  se repite en alguna parte de  $efghi$ . Por ejemplo, 5-3456-73456 y 5-3456-34567 son números fáciles de recordar (en ambos se repite 3456). ¿Cuántos números fáciles de memorizar existen en esta ciudad?

**Problema 4.** Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo, con el ángulo  $\angle ACB$  de 74 grados. Si la longitud de los lados  $AM$ ,  $MQ$  y  $QP$  son idénticas, ¿cuánto mide el ángulo  $\angle QMP$ ?



**Problema 5.** Nuestro amigo Totoro escribe los números  $1, 2, 3, \dots, 9, 10$  sobre una circunferencia en algún orden. Totoro pronto se da cuenta que no importa como ponga los números alrededor de la circunferencia, siempre puede encontrar 3 números adyacentes entre sí cuya suma es mayor o igual a 17. ¿Por qué sucede esto?